

Neue
Betriebswirtschaftliche
Studienbücher

Band 42

David Sebastian Shkel

Zur Berücksichtigung des Modellrisikos bei der Bewertung strukturierter Finanzprodukte



Berliner
Wissenschafts-Verlag

Geleitwort

Zur Bewertung derivativer Finanzprodukte wird ein Bewertungsmodell benötigt. Kern eines solchen Modells ist die Beschreibung des Verhaltens des Basiswerts des Derivats über einen stochastischen Prozess. Die bahnbrechenden Arbeiten von Black, Scholes und Merton in den 1970er Jahren unterstellten dabei zunächst eine geometrische Brownsche Bewegung, also einen Prozess mit konstanter Volatilität. Wie sich aber schnell zeigte, ist diese Annahme zur Beschreibung realer Aktienkurse zu vereinfachend: Phasen hoher Schwankungsintensität wechseln sich mit ruhigeren Phasen ab, mitunter treten große schockartige „Kurssprünge“ auf, und die Volatilität selbst gehorcht gewissen stochastischen Gesetzmäßigkeiten.

In der Folgezeit wurde eine Reihe von weiterentwickelten Modellen präsentiert, die diese Beobachtungen aufgreifen. Hierzu gehören Ansätze mit vom Kurs der zugrunde liegenden Aktie abhängiger Volatilität, mit stochastischer Volatilität, mit expliziten Sprüngen im Aktienkurs sowie als eines der neuesten Konzepte mit fraktionalem Volatilitätsverhalten. Da keiner dieser weiterentwickelten Ansätze als etablierter Standard zu sehen ist, stellt sich für einen Anwender die Frage nach der Wahl des „richtigen“ Modells. Mehr noch ist des Weiteren die Bestimmung der Parameter, also die Modellkalibrierung, alles andere als trivial.

Dabei orientiert sich die Modellkalibrierung an Marktpreisen für gehandelte Derivate – dies sind in der Regel einfache Call- und Put-Optionen. Für solche Plain-Vanilla-Optionen ist die Frage nach einem Bewertungsmodell daher weitgehend obsolet, so man auf die Fähigkeiten des Marktes zur effizienten Preisfindung vertraut. Hohe Relevanz bekommt die Modellwahl immer dann, wenn für die zu bewertenden derivativen Produkte kein liquider Markt existiert, wie es für die allermeisten komplexen Optionen der Fall ist.

Diese Thematik steht im Zentrum der vorliegenden Dissertationsschrift von Herrn Shkel. Im Gegensatz zu vielen anderen Arbeiten zum Modellrisiko im Bereich der Derivatebewertung, die sich auf fiktive, synthetische Produkte beziehen, beleuchtet er mit dem Kleinanlegermarkt für strukturierte Finanzprodukte ein wesentliches rea-

les Handelssegment. Als erste umfassende Studie dieser Art liefert die Arbeit somit Erkenntnisse über die Bedeutung der Modellwahl bei konkreten Bewertungsproblemen.

Die Ergebnisse sind sowohl von hohem wissenschaftlichen wie auch praktischen Interesse. Aus wissenschaftlicher Sicht erweitert die Arbeit den Kenntnisstand über die Wirkung von Prozessannahmen und Kalibrierungsansätzen auf Modellpreise. Für Anbieter bzw. Händler von komplexen Derivaten ist die Wahl eines adäquaten Bewertungsmodells ein alltägliches Problem – sie erhalten mit den durchgeführten Analysen weitere Orientierungshilfen. Schließlich ist das Modellrisiko auch für die Nachfrageseite, insbesondere für Kleinanleger, von Bedeutung: Wie Herr Shkel mit seiner Forschung nachweist, wird die Unsicherheit über den zu stellenden Produktpreis häufig auf die Anleger überwältigt, indem diese bei höherem Modellrisiko einen höheren Preis zahlen müssen.

Somit ist zu vermuten, dass die Arbeit eine hohe Aufmerksamkeit nicht nur in der akademischen Fachwelt, sondern auch in Praktikerkreisen erfahren wird. Die Lektüre ist jedermann zu empfehlen, der sich tiefergehend mit fortgeschrittenen Modellen zur Derivatebewertung auseinandersetzen möchte. Dies gilt insbesondere auch deswegen, weil die Dissertation eine kompakte Zusammenstellung der heute gebräuchlichen Verfahren bietet: ausgehend von den Anfängen des Black/Scholes-Modells über das Modell lokaler Volatilität, das Heston-Modell mit stochastischer Volatilität sowie das Bates-Modell mit Sprüngen bis hin zu jüngeren Ansätzen wie dem verallgemeinerten Varianz-Gamma-Modell sowie dem Bergomi-Modell mit „rauer“ Volatilität, die erst seit wenigen Jahren im akademischen Diskurs Einzug gehalten hat und seitdem eine rasante Verbreitung auch unter Praktikern erfährt. Auch für nachfolgende Generationen von Studenten und Doktoranden dürfte die Arbeit eine wertvolle Orientierungshilfe im Dschungel der Modellwelten darstellen.

Hagen, im April 2020

Rainer Baule

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xvii
Tabellenverzeichnis	xxi
Abkürzungsverzeichnis	xxiii
Verzeichnis der wichtigsten Symbole	xxv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Modellrisiko	4
1.3 Aufbau der Arbeit	12
2 Derivative Finanzprodukte	19
2.1 Derivate – Begriffsbestimmung	20
2.2 Optionen	21
2.2.1 Optionstypen	21
2.2.1.1 Plain-Vanilla-Optionen	21
2.2.1.2 Barriere-Optionen	24
2.2.1.3 Multi-Asset-Optionen	25
2.2.2 Optionsbewertung	26
2.2.2.1 Allgemeine Bewertungsgrundlagen	26
2.2.2.2 Put-Call-Parität	31

2.2.2.3	Allgemeine analytische Bewertungsformeln für Kaufoptionen	32
2.3	Strukturierte Finanzprodukte	34
2.3.1	Produktuniversum	34
2.3.2	Märkte für strukturierte Finanzprodukte	40
2.3.3	Preisstellung auf Märkten für strukturierte Finanzprodukte . .	46
3	Aktienkurse, Volatilität und Korrelationen	51
3.1	Volatilitätsbestimmung	52
3.1.1	Zum Volatilitätsbegriff	52
3.1.2	Historische Volatilität	52
3.1.3	Implizite Volatilität	54
3.1.3.1	Definition und Bestimmung	54
3.1.3.2	Eigenschaften – Volatilitätssmile und Volatilitätsskew	55
3.1.3.3	Arbitragefreiheit	57
3.1.4	Modellfreie implizite Volatilität	59
3.2	Korrelationsbestimmung	65
3.2.1	Historische Korrelation	65
3.2.2	Implizite Korrelation	66
3.3	Empirische Eigenschaften von Aktienkurs-, Volatilitäts- und Korrelationsprozessen	69
3.3.1	Eigenschaften von Aktienkursprozessen	69
3.3.1.1	Heavy Tails	69
3.3.1.2	Gewinn/Verlust-Asymmetrie	71
3.3.1.3	Sprünge	72
3.3.2	Eigenschaften von Volatilitätsprozessen	74
3.3.2.1	Volatilitätsclustering	74
3.3.2.2	Mean-Reversion	75
3.3.2.3	Eigenschaften des ATM-Volatilitätsskews	76

3.3.2.4	Skalierungsverhalten der Volatilität	79
3.3.2.5	Verteilung der logarithmierten Renditen der Volatilität	81
3.3.3	Gemeinsame Eigenschaften mehrerer Prozesse	83
3.3.3.1	Leverage-Effekt	83
3.3.3.2	Asymmetrische Korrelation	84
4	Bewertungsmodelle	87
4.1	Stochastische Prozesse	88
4.1.1	Allgemeine Definition	88
4.1.2	Lévy-Prozesse	89
4.1.3	Fraktionale stochastische Prozesse	92
4.2	Bewertungsmodelle	94
4.2.1	Black-Scholes-Merton-Modell	94
4.2.2	Lokales Volatilitätsmodell	98
4.2.3	Heston-Modell	100
4.2.3.1	Single-Asset-Modell	100
4.2.3.2	Multi-Asset-Modell	102
4.2.4	Bates-Modell	104
4.2.5	Raues Bergomi-Modell	106
4.2.5.1	Single-Asset-Modell	106
4.2.5.2	Multi-Asset-Modell	107
4.2.6	Lévy-Modelle	109
4.2.6.1	Varianz-Gamma-Modell	109
4.2.6.2	Verallgemeinertes α -Varianz-Gamma-Modell . . .	110
4.3	SSVI-Parametrisierung	113
5	Simulation und Modellkalibrierung	117
5.1	Monte-Carlo-Simulation	118
5.1.1	Konvergenzordnung	118

5.1.2	Diskretisierungsschemata	119
5.1.3	Antithetische Zufallszahlen	120
5.1.4	Richardson-Extrapolation	121
5.1.5	Wahrscheinlichkeit der Barriereberührung	123
5.1.6	Sprünge	124
5.1.7	Korrelierte Zufallszahlen	126
5.1.8	Projektion von Korrelationsmatrizen	126
5.1.9	Lévy-Prozesse	128
5.1.10	Hybrid-Schema	129
5.1.11	Übersicht der verwendeten Verfahren	131
5.2	Modellkalibrierung	132
5.2.1	Differential-Evolution-Algorithmus	132
5.2.2	Kalibrierung des lokalen Volatilitätsmodells	134
5.2.3	Kalibrierung des Heston- und des Bates-Modells	137
5.2.4	Kalibrierung des Multi-Asset-Heston-Modells	139
5.2.5	Kalibrierung des rauen Multi-Asset-Bergomi-Modells	140
5.2.6	Kalibrierung des α VG-Modells	141
6	Empirische Analyse von Bonus-Zertifikaten	143
6.1	Datengrundlage	144
6.2	Kalibrierungsrisiko	148
6.2.1	Kalibrierungsrisiko im Black-Scholes-Merton-Modell	148
6.2.2	Kalibrierungsrisiko im Heston-Modell	151
6.3	Modellrisiko	154
6.3.1	Modellkalibrierung und Parameterschätzung	154
6.3.2	Verteilung und Determinanten des Modellrisikos	158
6.4	Modellwahl	166
6.4.1	Analyse auf Basis einzelner Modelle	166

6.4.2	Analyse auf Basis der Kombination zweier Modelle	168
6.5	Margenanalyse	172
6.5.1	Analyse der Margenhöhe	172
6.5.2	Analyse der Einflussfaktoren	177
6.6	Zwischenfazit	184
7	Empirische Analyse von Multi-Asset-Produkten	187
7.1	Studiendesign	188
7.2	Kalibrierungsergebnisse	189
7.3	Modellrisiko bei synthetischen Multi-Asset“-Optionen	195
7.3.1	Modellrisiko für einfache Multi-Asset-Optionen	195
7.3.1.1	Modellrisiko für Worst-of-Calls auf zwei Basiswerte unter Verwendung historischer Korrelationen	195
7.3.1.2	Paarweise Differenzen der Modellpreise	197
7.3.1.3	Modellrisiko unter Verwendung historischer und impliziter Korrelationen	199
7.3.1.4	Modellrisiko für Best-of-Calls	203
7.3.1.5	Modellrisiko für einfache Multi-Asset-Optionen auf drei Basiswerte	208
7.3.2	Modellrisiko für Worst-of-down-and-in-Puts	209
7.3.2.1	Modellrisiko unter Verwendung historischer Korrelationen	209
7.3.2.2	Paarweise Differenzen der Modellpreise	214
7.3.2.3	Modellrisiko unter Verwendung historischer und impliziter Korrelationen	216
7.4	Empirische Analyse von Multi-Barrier-Reverse-Convertibles	218
7.4.1	Datenbasis	218
7.4.2	Analyse des Modellrisikos für Multi-Barrier-Reverse-Convertibles	220
7.4.3	Analyse der Emittentenmargen für Multi-Barrier-Reverse-Convertibles	223

7.4.4	Analyse der Unterschiede zwischen Zertifikaten mit der häufigsten Basiswertkombination und sonstigen Zertifikaten . . .	229
7.5	Zwischenfazit	231
8	Fazit und Ausblick	233
8.1	Studienübergreifendes Fazit	233
8.2	Ausblick	237
	Literaturverzeichnis	241

1 Einleitung

1.1 Motivation

Seit der Gründung der ersten Optionsbörse der Welt, der Chicago Board Options Exchange (CBOE), im Jahr 1973 haben sich das Volumen der weltweit gehandelten Derivate und die Vielfalt der gehandelten Produkte bis zur Finanzkrise 2007/2008 stetig erhöht. Seitdem liegt das Volumen trotz Schwankungen auf einem sehr hohen Niveau. Das von der Bank für Internationalen Zahlungsausgleich ausgewiesene Nominalvolumen des weltweiten Over-the-counter-Handels ist von 72 Billionen US-Dollar im Jahr 1998 auf 673 Billionen US-Dollar im Jahr 2008 angewachsen.¹ Seitdem unterliegt das Marktvolumen Schwankungen und liegt durchgehend in einem Bereich von etwa 500 bis 700 Billionen US-Dollar.

Diese Marktentwicklung geht auch mit dem Handel neuer Typen an Derivaten einher. Zu Beginn des organisierten Börsenhandels von Optionen im Jahr 1973 wurden an der CBOE ausschließlich Kaufoptionen auf Aktien angeboten.² Der Handel von Verkaufsoptionen ist erst seit dem Jahr 1977 möglich und Aktienindizes wurden 1983 als Basiswerte eingeführt. Mittlerweile umfasst die Menge der angebotenen Produkte eine große Anzahl an Basiswerten und Optionstypen. Die Vielfalt der nicht börsengehandelten, exotischen Optionen übersteigt die Anzahl der standardisierten Optionen an Börsen um ein Vielfaches.

Der Handel von Derivaten ist jedoch mit Risiken verbunden, wozu unter anderem das Modellrisiko zählt. Bei der Bewertung von Derivaten handelt es sich dabei um das Risiko, dass durch die Wahl des Bewertungsmodells finanzielle Verluste eintreten können. Dieses Risiko stellt kein rein wissenschaftliches Problem dar. Es ist hingegen ein reales

¹ Vgl. hier und im Folgenden https://www.bis.org/statistics/about_derivatives_stats.htm, zuletzt abgerufen am 04. Dezember 2019.

² Vgl. hier und im Folgenden <http://www.cboe.com/aboutcboe/history>, zuletzt abgerufen am 04. Dezember 2019.

Risiko, welches bereits häufig zu extremen Verlusten führte.³ So verlor J.P. Morgan im Jahr 1992 etwa 200 Millionen US-Dollar im Geschäft mit hypotheckenbesicherten Wertpapieren durch eine unangemessene Modellierung von vorzeitigen Zahlungen. Die Tochter der Bank of Tokyo/Mitsubishi in New York verlor im Jahr 1997 83 Millionen US-Dollar, da ein Portfolio aus Optionen und Swaps überbewertet war. Die Ursache dafür war die unangemessene Verwendung eines Bewertungsmodells.⁴ Auch die hohen Verluste während der Finanzkrise 2007/2008 sind zum Teil auf das Modellrisiko zurückzuführen. So wurde einer Vielzahl an hypotheckenbezogenen Wertpapieren ein sehr gutes Rating beigemessen. Diese Ratings sind jedoch unter großem Druck auf den Ratingagenturen zustande gekommen; dieser wurde von den Finanzinstituten ausgeübt, welche für die Erstellung der Ratings bezahlt haben.⁵ Das Modellrisiko resultiert in diesem Zusammenhang aus der Verwendung fehlerhafter Modelle zur Bestimmung der Ratings. Diese Beispiele zeigen bereits auf, dass das Modellrisiko keine abstrakte Größe darstellt, sondern häufig schlagend wird.

Aus diesem Grund ist das Modellrisiko über die Zeit auch in den Fokus der Regulatoren gerückt und wird in verschiedenen regulatorischen Werken behandelt. So finden sich in § 85 der Eigenkapitalrichtlinie der Europäischen Union (sowohl in der Capital Requirements Directive (CRD) IV als auch in CRD V) Ausführungen zum Modellrisiko als Teil des operationellen Risikos. In diesem Paragraphen wird allgemein geregelt, dass Kreditinstitute das Modellrisiko mit Hilfe von Grundsätzen und Verfahren bewerten und steuern sollen. Die „Technischen Regulierungsstandards für die vorsichtige Bewertung“ schreiben Bewertungsanpassungen für Instrumente vor, die mittels der Fair-Value-Bilanzierung in der Bilanz erfasst werden. Mit Hilfe dieser Anpassungen sollen Risiken berücksichtigt werden, welche nicht durch die Fair-Value-Bilanzierung abgebildet werden. Dabei ist eine Anpassung zur Berücksichtigung des Modellrisikos explizit vorgesehen. Die Europäische Zentralbank fordert zudem ein Modellrisikomanagementsystem für interne Modelle zur Hinterlegung von Eigenmitteln im Rahmen der Regulierungsvorschriften der Capital Requirements Regulation.⁶

Für einfache Optionen existiert ein liquider Börsenhandel. Daher ist es möglich, die Preise ähnlicher Optionen in Abhängigkeit der beobachtbaren Marktpreise zu bestimmen. Es ist daher irrelevant, welches Modell zur Bewertung verwendet wird, so lange es gut an die Marktdaten kalibriert werden kann. Gelingt es den Modellen die Marktpreise zu replizieren, so führen sie zu vergleichbaren Preisen für die zu bewertenden Optionen. Aus diesem Grund ist es naheliegend ein möglichst einfaches Modell zu verwenden. Für die Bewertung von einfachen Optionen hat sich das Black-Scholes-Merton-Modell (BSM-Modell) als weithin akzeptiertes Standardmodell etabliert.

³ Vgl. hier und im Folgenden Tunaru (2015), S. 1–2.

⁴ Vgl. Dowd (2002), S. 182.

⁵ Vgl. hier und im Folgenden Financial Crisis Inquiry Commission (2011), S. xxv.

⁶ Vgl. Europäische Zentralbank (2019), S. 8–9.

Existiert kein liquider Markt, so können keine Optionspreise in Relation zu ähnlichen Derivaten bestimmt werden. Stattdessen werden die Bewertungsmodelle an liquide gehandelte Optionen kalibriert und zur Bewertung illiquider Optionen verwendet.⁷ Dies führt dazu, dass die resultierenden Preise stark voneinander abweichen können und die Modellwahl somit einen großen Einfluss auf die Bewertungsergebnisse haben kann. Daher existiert kein allgemein verwendetes Standardmodell zur Bewertung solcher Optionen. Die Unsicherheit über den Preis der Option ist das Modellrisiko.⁸ Sobald exotische Optionen betrachtet werden, liegt üblicherweise kein liquider Börsenhandel vor, so dass die Bewertung exotischer Optionen dem Modellrisiko unterliegt.

Es zeigt sich, dass das Modellrisiko bei der Derivatebewertung durch die Spanne der Modellpreise quantifiziert werden kann.⁹ Daher kann jeder wissenschaftliche Beitrag, welcher die Resultate von mindestens zwei Bewertungsmodellen vergleicht, als Modellrisikoanalyse aufgefasst werden. Die Menge entsprechender Beiträge ist sehr umfassend, es kann jedoch eine übergreifende Erkenntnis dieser Beiträge festgehalten werden: Die Preisunterschiede zwischen den einzelnen Modellen sind für viele verschiedene Optionstypen und Bewertungsmodelle statistisch signifikant und in solch einer Größenordnung, dass das Modellrisiko als ökonomisch relevant anzusehen ist.¹⁰

Eine weitere Gemeinsamkeit des Großteils der Studien stellt die Art der analysierten Optionen dar. Während die Modelle an Marktdaten kalibriert werden und somit reale Gegebenheiten abbilden, basiert die Analyse mangels verfügbarer Marktdaten auf synthetischen Optionen. Dieses Vorgehen ist für den Großteil der Derivatetypen unumgänglich, da aus Abwesenheit eines börslichen Handels keine Marktdaten existieren. Durch dieses Vorgehen besteht die Möglichkeit beliebige Situationen und damit das Modellrisiko in all seinen Facetten analysieren zu können. Die am Markt vorliegende Ausprägung des Modellrisikos kann auf diese Weise jedoch nicht analysiert werden.

An dieser Stelle setzt die vorliegende Arbeit an. Der zentrale Forschungsbeitrag besteht darin das reale Ausmaß des Modellrisikos bei der Bewertung exotischer Produkte auf einem relevanten realen Markt zu analysieren. Zusätzlich wird untersucht, wie Finanzinstitute mit diesem Risiko umgehen. Da exotische Optionen jedoch nicht direkt an Börsen gehandelt werden, basiert die Analyse auf strukturierten Finanzprodukten. Dabei handelt es sich um Wertpapiere, welche mindestens eine Optionskomponente enthalten. Es gelingt somit, indirekt das reale Ausmaß des Modellrisikos bei der Bewertung exotischer Optionen zu analysieren, indem strukturierte Finanzprodukte betrachtet werden.

⁷ Typischerweise werden die Modelle an einfache Optionen kalibriert.

⁸ Ein detaillierte Diskussion des Modellrisikos bei der Bewertung und dem Hedging von Derivaten folgt in Abschnitt 1.2.

⁹ Vgl. Cont (2006).

¹⁰ Ein Literaturüberblick findet sich in Abschnitt 1.2.

Zusammenfassend gilt, dass die Analyse des Modellrisikos sowohl für die Wissenschaft als auch für die Praxis ein sehr relevantes und hochaktuelles Problem darstellt. Die praktische Relevanz ist durch die negativen Beispiele großer Verluste als Folge des Modellrisikos und die damit verbundene Entwicklung regulatorischer Anforderungen gegeben. Die wissenschaftliche Relevanz wird durch die Ausführungen im nächsten Abschnitt abermals unterstrichen.

Mit dieser Arbeit sollen die folgenden Kernfragen beantwortet werden:

- Ist das Modellrisiko bei der Bewertung strukturierter Finanzprodukte ökonomisch relevant?
- Welche Produkteigenschaften beeinflussen die Höhe des Modellrisikos?
- Wird das Modellrisiko maßgeblich durch systematische Unterschiede zwischen einzelnen Modellen beeinflusst?
- Wie gehen Emittenten von strukturierten Finanzprodukten mit dem Modellrisiko um?

1.2 Modellrisiko

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Analyse des Modellrisikos bei der Bewertung von Derivaten. Modelle stellen eine vereinfachte Abbildung realer Gegebenheiten dar. Bei der Bewertung von Optionen ist es essentiell, dass die Bewertungsmodelle empirische Eigenschaften von Aktienkurs- und Volatilitätsprozessen abbilden. Die Zahl und Auswahl der durch das Modell berücksichtigten Eigenschaften und auch die konkrete Modellierung variieren jedoch. Durch die Wahl des Modells werden somit die resultierenden Optionspreise beeinflusst. Da verschiedene Modelle in der Regel zu unterschiedlichen Optionspreisen führen, besteht eine Unsicherheit bezüglich des wahren Wertes der Option. Daraus resultiert das Risiko, einen finanziellen Verlust durch die Verwendung eines vom wahren Wert abweichenden Optionspreises zu erleiden. Diese finanziellen Verluste resultieren im Wesentlichen aus Hedgingstrategien, wenn die verwendete Strategie auf einem suboptimalen Modell basiert. Diese Risiken stellen das Modellrisiko bei der Betrachtung von Derivaten dar. Dabei ist der Risikobegriff als wirkungsbezogen zu verstehen.¹¹ Das Risiko stellt die Möglichkeit der negativen Abweichung einer Zielgröße von einem Referenzwert dar. Die Zielgröße ist in diesem Fall durch die Hedgeperformance gegeben und der Referenzwert beträgt null, da es sich dabei um den Hedgefehler eines perfekten Hedges handelt, welcher auf Basis des optimalen Modells annähernd realisierbar ist.

¹¹ Vgl. hier und im Folgenden Baule (2019), S. 29.